RESEARCH FOCUS
xalqaro ilmiy jurnali
hamkorligida

DOI
10.66073/ReFocus-Conf/0910083

QR-kod maqolaning DOI sahifasini ochadi

SAHIFALAR
443–445

TIL
Rus

IQTIBOS UCHUN
Баймуратова Клара Амангельдиевна. Дифференциальные уравнения в экономических задачах // «O‘zbekiston olima ayollarining mamlakat taraqqiyotiga qo‘shayotgan hissasi» mavzusidagi xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya materiallari (Nukus, 2026-yil 9–10-oktyabr). – Nukus, 2026. – B. 443–445. – DOI: https://doi.org/10.66073/ReFocus-Conf/0910083

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Баймуратова Клара Амангельдиевна
Ассистент
Каракалпакский государственный университет
klarabaymuratova1970@gmail.com

Аннотация: В данной работе приведены экономические задачи, приводящиеся к решению дифференциальных уравнений. Эти задачи показывают, что дифференциальные уравнения являются действенным математическим аппаратом, через который реализуются основные задачи естествознания. Анализ полученных общих и частных решений позволяет выявить резервы повышения эффективности производства, установить зависимости между спросом и предложением.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, эластичность функций, модель естественного роста, выпуск продукции, цена товара, динамика роста, темп инфляции, интенсивность выпуска.

Дифференциальные уравнения содействуют более объективному пониманию того или иного явления, эффективному их использованию и повышают достоверность полученных результатов. Различные вопросы экономики приводят к необходимости решения уравнений, содержащих в качестве неизвестной некоторую функцию и её производные до определённого порядка n. Широкое применение находят дифференциальные уравнения и в моделях экономической динамики. В данных моделях отражается не только зависимость переменных от времени, но и их взаимосвязь во времени. В экономике часто рассматриваются задачи, решение которых сводится к одному или нескольким уравнениям, содержащим, кроме переменных, искомых функций, ещё и производные этих искомых функций. Рассмотрим экономические задачи, приводящиеся к дифференциальным уравнениям.

Задача 1. Обозначим через K – величину фондов в натуральном или стоимостном выражении. Фонды – это станки, помещения и т.п. Они изнашиваются, стареют, как обычно говорят, выбывают. Скорость выбытия фондов – это производная $\frac{dK}{dt}$, она выражается через коэффициент выбытия μ. Например, если за 10 лет фонды полностью обновляются, то коэффициент выбытия равен μ=1/10. С другой стороны, инвестиции I – вложение денег – ведут к увеличению фондов с коэффициентом пропорциональности ρ.[3]

Учитывая все это, получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho I$$

.

В экономической теории эластичность функций применяется при анализе спроса и потребления.

Задача 2. Найти функцию, имеющую постоянную эластичность, равную к.

По определению эластичность функции равна $E_{yx} = y' \frac{x}{y}$, тогда по условию задачи получим: $y' \frac{x}{y} = \kappa$ дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными: $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} \cdot k$.

Интегрирование полученного уравнения позволяет, объединив совокупность элементарных актов процесса, получить зависимость, которой подчиняется данный процесс в целом. Интегрируя обе части полученного равенства, находим:

$\ln y = k \ln x + \ln C,$ откуда следует, что $y = C \cdot x^k$.

Задача 3. Построить модель естественного роста (рост при постоянном темпе).

Решение*:* обозначим $y(t)$ – интенсивность выхода продукции некоторого предприятия (отрасли). Мы будем предполагать, что имеет место аксиома о ненасыщенности потребителя, т.е. что весь выпущенный товар будет продан, а также то, что объем продаж не является столь высоким, чтобы существенно повлиять на цену товара p, которую будем считать фиксированной. Чтобы увеличить интенсивность выпуска $y(t)$, необходимо, чтобы чистые инвестиции $I(t)$ (т.е. разность между общим объёмом инвестиций и амортизированными затратами) были больше нуля. В случае $I(t) = 0$ общие инвестиции только лишь покрывают затраты на амортизацию, и уровень выпуска продукции остаётся неизменным. Случай $I(t) < 0$ приводит к уменьшению основных фондов и, как следствие, к уменьшению уровня выпуска продукции. Таким образом, скорость увеличения интенсивности выпуска продукции является возрастающей функцией от $I(t)$. Пусть эта зависимость выражается прямой пропорциональностью, т.е. имеет место так называемый принцип акселерации [4]

$$y' = mI \ (m - const),$$

где $1/m$ – норма акселерации. Пусть α – норма чистых инвестиций, т.е. часть дохода py, которая тратится на чистые инвестиции, тогда $I = \alpha py$. Обозначая $k = m\alpha p = const$, окончательно получим дифференциальное уравнение:

$$y' = ky$$

.

DOI 10.66073/ReFocus-Conf/0910083

Интегрируя данное дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, найдём общее его решение: $y = Ce^{kt}$

При начальном условии $y(t_0) = y_0$, найдем частное решение $y = y_0 e^{k(t-t_0)}$.

Это решение называется уравнением естественного роста. Оно описывает динамику роста цен при постоянном темпе инфляции.

С примерами других задач подобного же вида можно ознакомиться в книгах: Я. Б. Зельдович. «Высшая математика для начинающих», в статьях Н.И.Лобановой. «Обучение решению прикладных задач посредством дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования».

Из рассмотренных примеров видна специфика решения дифференциальных уравнений. Их решением является бесконечное множество функций, из которых заданием начальных условий получаются решения. Также в рассмотренных задачах можно сделать вывод, что дифференциальные уравнения широко применяются для решения экономических задач. Анализ полученных общих и частных решений позволяет выявить резервы повышения эффективности производства, установить зависимости между спросом и предложением.

Таким образом, решение экономических задач с помощью дифференциальных уравнений в системе образования способствует не только освоению важнейших элементов, составляющих этот метод, но и углублению и упрочению знаний обучающихся, что приводит к действительно неформальным, осмысленным, глубоким и прочным знаниям.

Список литературы

1. ГладышеваА.В. Исследование экономических процессов методами математической экономики. Социально-экономические явления и процессы.2010.№6(022).С.56-62.
2. Кныш.А. А. Примеры реализации меж предметных связей на занятиях математики в экономическом вузе // Новая наука: от идеи к результату. - Стерлитамак: АМИ, 2017. - №2 (2), С. 55 - 57.
3. Некоторые приложения обыкновенных дифференциальных уравнений в экономике: методические указания для студентов всех форм обучения[сост.: О.В. Авдеева, О.И. Микрюкова]. Вологда: ВоГУ,2015.43 с.
4. Елецких И.А.Учебно-методическое сопровождение дисциплины «Дифференциальные уравнения»: учебно-методическое пособие. Елец: ЕГУим.И.А.Бунина,2018.63с.

DOI 10.66073/ReFocus-Conf/0910083