



QR-kod
maqolaning DOI
sahifasini
ochadi

IQTIBOS UCHUN

Djakaeva Kenjagul Davletbaevna,
Askarova Dilafruz Baxtiyarovna.
Keshigiwshi argumentke iye ekinshi
tártipli sızıqlı differenciallıq teńlemeler
ushın sheshimniń integrallıq kórinisi //
«O'zbekiston olim aýollarining
mamlakat taraqqiyotiga qo'shayotgan
hissasi» mavzusidagi xalqaro ilmiy-
amaliy konferensiya materiallari
(Nukus, 2026-yil 9–10-oktyabr). –
Nukus, 2026. – B. 519–521. – DOI:
[https://doi.org/10.66073/ReFocus-
Conf/0910098](https://doi.org/10.66073/ReFocus-Conf/0910098)

KESHIGIWSHI ARGUMENTKE IYE EKINSHI TÁRTIPLI SIZIQLI DIFFERENTIALLIQ TEŃLEMELER USHIN SHESHIMNIŃ INTEGRALLIQ KÓRINISI

Djakaeva Kenjagul Davletbaevna

PhD, dosent.

Innovacion texnologiyalar universiteti

djakaevakenja@gmail.com

Askarova Dilafruz Baxtiyarovna

Assistent

Qaraqalpaq mámleketlik universiteti

askarovadilafruz@gmail.com

Annotaciya: Maqalada ekinshi tártipli keshigiwshi argumentke iye sızıqlı differenciallıq teńlemeler qarastırıladı. Baslanğısh funkciya ushın Maklerson qatarın paydalanıw arqalı qarastırılıp atırğan teńlemelerdiń sheshimi integrallıq kóriniste anıqlanadı.

Tayanış sózler: keshigiwshi argumentke iye differenciallıq teńlemeler, baslanğısh funkciya, baslanğısh kóplik, Maklerson qatarı.

Keshigiwshi argumentke iye sızıqlı differenciallıq teńlemeler ilimniń kópshilik máselelerinde ushırasıp turadı. Mısalı ushın biologiyalıq hám ekologiyalıq máselelerdi matematikalıq modellestiriw waqtında kóplep keshigiwshi argumentli differenciallıq teńlemeler payda boladı. Bunday teńlemeler quramına keshigiwshi argumentke iye stacionar sızıqlı birtekli differenciallıq teńlemeler ushın tiykargı baslanğısh máseleler kiredi [1-3].

Meyli baslanğısh funkciyası $\varphi(t)$ bolğan keshigiwshi argumentke iye ekinshi tártipli

$$x''(t) = p_1 x'(t) + p_2 x(t) + q_1 x'(t - \tau) + q_2 x(t - \tau), \quad t \geq \tau, \quad (1)$$

$$x(t) = \varphi(t), \quad x'(t) = \varphi'(t), \quad t \in [0, \tau] \quad (2)$$

differenciallıq teńlemenı qarastırayıq, bul jerde p_1, p_2 hám q_1, q_2 ler berilgen turaqlı sanlar, $\tau > 0$ berilgen turaqlı san, $\varphi(t)$ funkciyası bolsa $t \in [0, \tau]$ ushın anıqlanğan hám sheksiz differenciallanıwshı berilgen funkciya, sonıń menen birge

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi^{(k)}(0)}{k!} t^k \quad (3)$$

Maklerson qatarı $t \in [0, \tau]$ ushın jıynaqlı boladı dep esaplaymız.

Keshigiwshi argumentke iye sızıqlı birtekli stacionar teńlemeler teoriyasınan málim [3, 67-69 b.], sheshimlerdiń erikli $C_i, i = 1, 2, \dots$ turaqlılar boyınsha



«O'zbekiston olim aýollarining
mamlakat taraqqiyotiga
qo'shayotgan hissasi»

XALQARO ILMIY-AMALIY
KONFERENSIYA
NUKUS, 9–10-OKTYABR 2026

$$\sum_{i=1}^{\infty} C_i \varphi_i(t) = x(t)$$

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \varphi_i(t).$$

sızıqlı kombinasiyası jáne sheshim boladı, bul jerde

Bul qásiyetti paydalanıp (1),(2) tiykarǵı baslanǵısh máseleniń sheshimin

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi^{(k)}(0)}{k!} t^k x(t) \quad (4)$$

kóriniste izleyviz, bul jerde $x(t)$ degenimiz, baslanǵısh funkciyası t^k bolǵan (1) teńlemenin sheshimi. Al bunday sheshimler sanı sheksiz bolǵanlıqtan, izlenip atırǵan sheshimdi (4) formula menen esaplaw múmkin bolmay qaladı. Sonlıqtan (4) ni

$$x(t) = \varphi(0)x(t) + \varphi'(0)x(t) + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\varphi^{(k)}(0)}{k!} t^k x(t) \quad (5)$$

kóriniste jazamız.

Endi (5) niń oń jaǵındaǵı sheksiz qosındı ushın

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\varphi^{(k)}(0)}{k!} t^k x(t) = \int_t^{\tau} x(t-s) \varphi''(s) ds \quad (6)$$

teńliginiń orınlı ekenligin kórsetemiz. Bunıń ushın izlenip atırǵan sheshimniń $\tau \leq t$ ushın ekenligin esapqa alıp, $\tau < 0$ jaǵdayda $x(t) \equiv 0$, $x'(t) \equiv 0$ bolsın dep uyǵaramız.

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau} x(t-s) \varphi''(s) ds &= \int_0^t x(t-s) \varphi''(s) ds = \int_0^t (t-s) \varphi''(s) ds = \\ &= -\frac{1}{2} (t-s)^2 \varphi''(s) \Big|_0^t + \frac{1}{2} \int_0^t (t-s)^2 \varphi'''(s) ds = \\ &= \frac{1}{2} t^2 \varphi''(0) + \frac{1}{2} \int_0^t (t-s)^2 \varphi'''(s) ds = \frac{1}{2} t^2 \varphi''(0) - \frac{1}{2 \cdot 3} (t-s)^3 \varphi'''(s) \Big|_0^t + \\ &+ \frac{1}{2 \cdot 3} \int_0^t (t-s)^3 \varphi^{(4)}(s) ds = \frac{1}{2!} t^2 \varphi''(0) - \frac{1}{3!} t^3 \varphi'''(0) + \dots + \\ &+ \frac{1}{m!} t^m \varphi^{(m)}(0) + \frac{1}{m!} \int_0^t (t-s)^m \varphi^{(m+1)}(s) ds + \dots, \end{aligned}$$

yaǵnıy $t \in [0, \tau]$ ushın

$$\int_0^{\tau} x(t-s)\varphi''(s)ds = \frac{1}{2!}\varphi''(0)t^2 + \frac{1}{3!}\varphi'''(0)t^3 + \dots + \frac{1}{m!}\varphi^{(m)}(0)t^m + \dots$$

boladı. Onda $\tau < t$ ushın hám (6) teńlik orınlı boladı.

Solay etip, qarastırılıp atırğan (1),(2) tiykargı baslanğısh máseleniń (5) yamasa (6) kórinistegi sheshimin

$$x(t) = \varphi(0)x(t) + \varphi'(0)x(t) + \int_0^{\tau} x(t-s)\varphi''(s)ds$$

kórinistegi sheshim menen almasırıwǵa boladı eken.

Paydalanılǵan ádebiyatlar

1. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра. –М.: ИКИ, 2004. –288 с.
2. Менджел М. Динамические модели в экологии поведения/ М. Менджел, К.Кларк. –М.: Мир, 1992. –300 с.
3. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. –М.: Наука, 1971. -296 с.