



QR-kod
maqolaning DOI
sahifasini
ochadi

IQTIBOS UCHUN

Koshmuratova Gulnaza Muxtarovna,
Qurbanbaev Ótebay Orinbaevich. Bazi
bir shegaraliq shártlerge iye jilliliq
ótkizgishlik teńlemesi ushin aralas
máseleler // «O'zbekiston olimi
ayollarining mamlakat taraqqiyotiga
qo'shayotgan hissasi» mavzusidagi
xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
materiallari (Nukus, 2026-yil 9–10-
oktyabr). – Nukus, 2026. – B. 870–
872. – DOI: [https://doi.org/10.66073/](https://doi.org/10.66073/ReFocus-Conf/0910173)
[ReFocus-Conf/0910173](https://doi.org/10.66073/ReFocus-Conf/0910173)

BAZI BIR SHEGARALIQ SHÁRTLERGE IYE JILLILIQ ÓTKIZGISHLIK TEŃLEMESI USHIN ARALAS MÁSELELER

Koshmuratova Gulnaza Muxtarovna

Qaraqalpaq mámleketlik universiteti 3-kurs studenti

gulnaza0608@icloud.com

Qurbanbaev Ótebay Orinbaevich

Ilmiy basshısı

Docent

Qaraqalpaq mámleketlik universiteti

Otebay58@mail.ru

Annotaciya: Maqalada ushlarındaǵı temperatura, sonday-aq ushlarındaǵı jilliliq aǵımı óz-ara teń bolǵan jaǵdayda bir tekli sterjendegi jilliliqtıń aǵımı taralıw nızamın izertlew máselesi qarastırıladı.

Tayanış sózler: temperatura, dáslepki temperatura, jilliliq aǵımı, bir tekli sterjen, jilliliqtıń taralıw nızamı.

Ushlarındaǵı temperatura yamasa jilliliq aǵımı berilgen jaǵdayda birtekli sterjendegi jilliliqtıń taralıw nızamın anıqlaw boyınsha oqıwlıq ádebiyatlarda, sonday-aq kóp sanlı ilmiy jumislarda ushıratıwǵa boladı [1-2].

Bul maqalada usınday máselelerdiń biri bolǵan sterjendegi jilliliqtıń taralıw nızamın anıqlaw máselesi qarastırıladı.

Meyli uzınlıǵı l ge teń bolǵan, qaptalınan izolyaciyalangan birtekli sterjen berilgen bolsın. Maqalada qaptalınan izolyaciyalangan hám ushlarındaǵı temperatura, sonday-aq jilliliq aǵımı hámme waqıt birdey bolǵan, sonıń menen birge dáslepki $\varphi(x)$ temperaturaga iye sterjendegi jilliliqtıń taralıw nızamın anıqlaw máselesi, yaǵnıy

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} \quad (1)$$

teńlemesiniń t boyınsha T periodlı bolǵan hám óz argumentleriniń

$$u(0, t) = u(l, t), \quad u_x(0, t) = u_x(l, t) \quad (2)$$

shegaralıq hám

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (3)$$

baslangısh shártlerdi qanaatlandıratuǵın sheshimin tabıw máselesi qarastırıladı, bul jerde $x \in [0, l], t \geq 0$.

Qarastırılıp atırǵan aralas máseleniń sheshimi ózgeriwshileri ajırılǵan

$$u(x, t) = T(t)X(x)$$

kóriniste izlenip, nátiyjede $X(x)$ qa qarata birtekli



«O'zbekiston olimi ayollarining
mamlakat taraqqiyotiga
qo'shayotgan hissasi»

XALQARO ILMIY-AMALIY
KONFERENSIYA
NUKUS, 9–10-OKTYABR 2026

$$X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0, \quad X(0) = X(l), \quad X'(0) = X'(l) \quad (4)$$

shegaralıq máselege, al $T(t)$ ğa qarata

$$T'(t) + (\lambda a)^2 T(t) = 0 \quad (5)$$

birinshi tártipli teńlemege iye bolamız.

(4) teńlemenin

$$X(x) = A \cos \lambda x + B \sin \lambda x$$

ulıwma sheshimin (4) degi shegaralıq shártlerge qoyıp, erikli A hám B larǵa qarata birtekli algebralıq

$$\begin{cases} A(1 - \cos \lambda l) - B \sin \lambda l = 0, \\ A \sin \lambda l + B(1 - \cos \lambda l) = 0 \end{cases}$$

teńlemeler sistemasına iye bolamız. Bul sistemaniń nollik emes sheshimine iye bolıw ushın λ parametrin

$$\begin{vmatrix} 1 - \cos \lambda l & \sin \lambda l \\ \sin \lambda l & 1 - \cos \lambda l \end{vmatrix} = 0$$

teńligi orınlanatuǵında etip saylap alamız, yaǵnıy λ parametrin $\cos \lambda l = 1$

teńlemesinen anıqlaymız. Bunnan $\lambda_k = \frac{2\pi k}{l}$, $k = 0, 1, 2, \dots$ bolıp, nátiyjede

$$X_k(x) = C \sin \left(\frac{2\pi k}{l} x + \alpha \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

boladı, bul jerde α - erikli turaqlı hám $C = \sqrt{A^2 + B^2}$.

(5) den $\lambda = \lambda_k = \frac{2\pi k}{l}$, $k = 0, 1, 2, \dots$ ushın

$$T_k(t) = C_k e^{-\left(\frac{2\pi k}{l} a\right)^2 t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

bolǵanlıqtan, bul tabılǵanlardı joqarıdaǵı $u(x, t) = T(t)X(x)$ teńligine qoyıp, sheshimlerin qásiyeti boyınsha izlenip atırǵan $u(x, t)$ funkciyasınıń

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k e^{-\left(\frac{2\pi k}{l} a\right)^2 t} \sin \left(\frac{2\pi k}{l} x + \alpha \right) \quad (6)$$

mánisine iye bolamız, bul jerde $c_k = C_k C$.

Belgisiz c_k lardı anıqlaw ushın $u(x, t)$ funkciyasınıń sońǵı mánisin (3) baslanǵısh shártke qoyamız:

$$u(x, 0) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \sin \left(\frac{2\pi k}{l} x + \alpha \right) = \varphi(x). \quad (7)$$

$$\sin \left(\frac{2\pi k}{l} x + \alpha \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

funktsiyalarining ortogonallik

$$\int_0^l \sin \left(\frac{2\pi m}{l} x + \alpha \right) \cdot \sin \left(\frac{2\pi n}{l} x + \alpha \right) dx = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ l \sin^2 \alpha, & m = n = 0, \\ \frac{l}{2}, & m = n \neq 0 \end{cases}$$

shartin paydalansaq, onda (7) den belgisiz koeffitsientlarning

$$c_0 = \frac{1}{l \sin \alpha} \int_0^l \varphi(x) dx, \quad \alpha \neq \pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$c_k = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \left(\frac{2\pi k}{l} x + \alpha \right) dx, \quad k = 1, 2, \dots$$

manislariga iye bo'lamiz.

Solay etip, juvmaqlap aytqanda (6) dagi belgisiz koeffitsientlarning har biri erikli α turaqliliga garezli bo'lganlikdan qarastirilib atirgan maselening sheshimi sheksiz kop bo'ladi ekan.

Paydalanilgan adbiyatlar

1. Салоҳиддинов М. Математик физика тенгламалари, Тошкент, "Ўзбекистон", 2002 й. –448 б.
2. Салоҳиддинов М. С., Исломов Б.И. Математик физика тенгламалари фанидан масалалар тўплами, Тошкент, "MUMTOZ SO'Z", 2010 й. –372 б.
3. Жўраев Т.Ж., Абдиназаров С. Математик физика тенгламалари, Тошкент, "Университет", 2003 й. –332 б.
4. Зикиров О.С. Математик физика тенгламалари, Ўқув-услубий қўлланма. Тошкент, "Университет", 2001 й. –76 б.